

7. たたみ積分を用いた簡単な画像のフィルタ

7.1 移動平均による平滑化

$$g_{i,j} = \sum_{m,n} w_{m,n} f_{i+m,j+n} \quad m,n \in -N, \dots, N, \quad N_m = 2N + 1$$

size	単純移動平均	4角錐	円状	疑似ガウシアン																																																																																																				
3×3 $(N_m = 3)$ $(N = 1)$	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table> <p style="text-align: center;">×1/9</p>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table> <p style="text-align: center;">×1/10</p>	1	1	1	1	2	1	1	1	1	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> </table> <p style="text-align: center;">×1/5</p>	0	1	0	1	1	1	0	1	0	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>4</td><td>2</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>1</td></tr> </table> <p style="text-align: center;">×1/16</p>	1	2	1	2	4	2	1	2	1																																																																
1	1	1																																																																																																						
1	1	1																																																																																																						
1	1	1																																																																																																						
1	1	1																																																																																																						
1	2	1																																																																																																						
1	1	1																																																																																																						
0	1	0																																																																																																						
1	1	1																																																																																																						
0	1	0																																																																																																						
1	2	1																																																																																																						
2	4	2																																																																																																						
1	2	1																																																																																																						
5×5 $(N_m = 5)$ $(N = 2)$	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table> <p style="text-align: center;">×1/25</p>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table> <p style="text-align: center;">×1/35</p>	1	1	1	1	1	1	2	2	2	1	1	2	3	2	1	1	2	2	2	1	1	1	1	1	1	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> </table> <p style="text-align: center;">×1/13</p>	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>1</td><td>4</td><td>6</td><td>4</td><td>1</td></tr> <tr><td>4</td><td>16</td><td>24</td><td>16</td><td>4</td></tr> <tr><td>6</td><td>24</td><td>36</td><td>24</td><td>6</td></tr> <tr><td>4</td><td>16</td><td>24</td><td>16</td><td>4</td></tr> <tr><td>1</td><td>4</td><td>6</td><td>4</td><td>1</td></tr> </table> <p style="text-align: center;">×1/256</p>	1	4	6	4	1	4	16	24	16	4	6	24	36	24	6	4	16	24	16	4	1	4	6	4	1
1	1	1	1	1																																																																																																				
1	1	1	1	1																																																																																																				
1	1	1	1	1																																																																																																				
1	1	1	1	1																																																																																																				
1	1	1	1	1																																																																																																				
1	1	1	1	1																																																																																																				
1	2	2	2	1																																																																																																				
1	2	3	2	1																																																																																																				
1	2	2	2	1																																																																																																				
1	1	1	1	1																																																																																																				
0	0	1	0	0																																																																																																				
0	1	1	1	0																																																																																																				
1	1	1	1	1																																																																																																				
0	1	1	1	0																																																																																																				
0	0	1	0	0																																																																																																				
1	4	6	4	1																																																																																																				
4	16	24	16	4																																																																																																				
6	24	36	24	6																																																																																																				
4	16	24	16	4																																																																																																				
1	4	6	4	1																																																																																																				

7.2 非線形フィルタによる平滑化

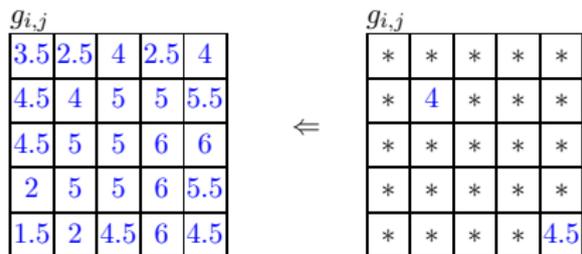
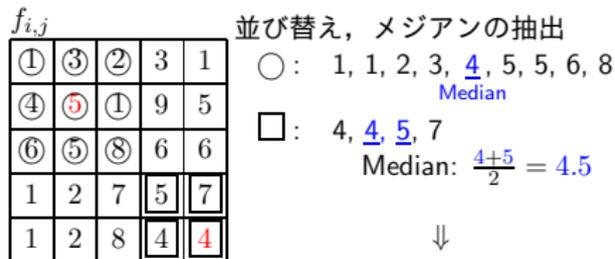
移動平均は、高周波成分を落とすため、エッジや角がぼけてしまう。

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|}
 \hline
 & f_{i+m,j+n} & & & \\
 \hline
 0 & 0 & 9 & 9 & 9 \\
 \hline
 0 & 0 & 9 & 9 & 9 \\
 \hline
 0 & 0 & 9 & 9 & 9 \\
 \hline
 0 & 0 & 18 & 18 & 18 \\
 \hline
 0 & 0 & 18 & 18 & 18 \\
 \hline
 \end{array}
 *
 \begin{array}{|c|c|c|}
 \hline
 & w_{m,n} & \\
 \hline
 1 & 1 & 1 \\
 \hline
 1 & 1 & 1 \\
 \hline
 1 & 1 & 1 \\
 \hline
 \end{array}
 =
 \begin{array}{|c|c|c|c|c|}
 \hline
 & g_{i,j} & & & \\
 \hline
 0 & 3 & 6 & 9 & 9 \\
 \hline
 0 & 3 & 6 & 9 & 9 \\
 \hline
 0 & 4 & 8 & 12 & 12 \\
 \hline
 0 & 5 & 10 & 15 & 15 \\
 \hline
 0 & 6 & 12 & 18 & 18 \\
 \hline
 \end{array}$$

- メジアンフィルタ
エッジのぼけを低減できる
 - 選択的局所平均化フィルタ
角のぼけも低減できる
- ただし、これらは 非可逆

メジアンフィルタ

周囲のピクセルの値のリストを作成し、
その中央値 (メジアン) と、中心の値と置き換える



エッジのぼけの低減

入力

0	0	9	9	9
0	0	9	9	9
0	0	9	9	9
0	0	18	18	18
0	0	18	18	18

移動平均

0	3	6	9	9
0	3	6	9	9
0	4	8	12	12
0	5	10	15	15
0	6	12	18	18

メジアンフィルタ

0	0	9	9	9
0	0	9	9	9
0	0	9	9	9
0	0	9	18	18
0	0	18	18	18

選択的局所平均化フィルタ

画像の状態に応じて平均化に用いるサンプルを変える

サンプリングパターン (計 9 つ):

9 points (Symmetric($\times 1$)) (C)	7 points ($\times 4$ patterns) (N,W,S,E)	7 points ($\times 4$ patterns) (NE,NW,SW,SE)

- 9 つのパターンのそれぞれの分散を求める。

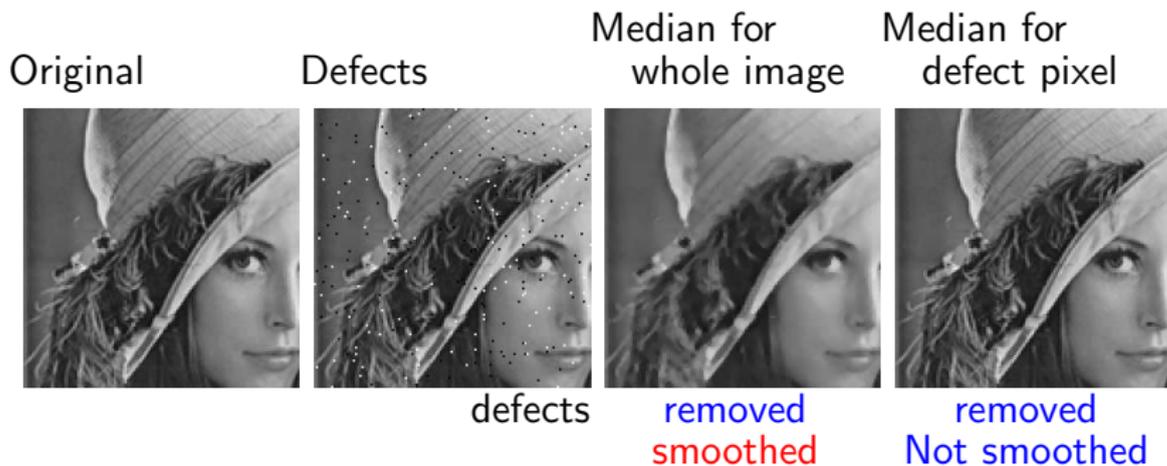
$$\sigma_{(p)}^2 \quad (p \in \{C, N, W, S, E, NE, NW, SW, SE\})$$

- $\sigma_{(p)}^2$ が最小のパターンの平均 $\overline{f_{i,j}^{(p)}}$ をフィルタ後の値 $g_{i,j}$ とする。

エッジのぼけの低減																																																			
入力	移動平均																																																		
<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>18</td><td>18</td><td>18</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>18</td><td>18</td><td>18</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	18	18	18	0	0	18	18	18	<table border="1"><tr><td>0</td><td>3</td><td>6</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>3</td><td>6</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>4</td><td>8</td><td>12</td><td>12</td></tr><tr><td>0</td><td>5</td><td>10</td><td>15</td><td>15</td></tr><tr><td>0</td><td>6</td><td>12</td><td>18</td><td>18</td></tr></table>	0	3	6	9	9	0	3	6	9	9	0	4	8	12	12	0	5	10	15	15	0	6	12	18	18
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	18	18	18																																															
0	0	18	18	18																																															
0	3	6	9	9																																															
0	3	6	9	9																																															
0	4	8	12	12																																															
0	5	10	15	15																																															
0	6	12	18	18																																															
メジアンフィルタ	選択的局所平均化																																																		
<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9	0	0	9	9	9
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9	9																																															
<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>9</td><td>9</</td></tr></table>	0	0	9	9	9	0	0	9	9</																																										
0	0	9	9	9																																															
0	0	9	9</																																																

7.3 欠陥ピクセルの除去

- 欠陥ピクセル : $f_{i,j} = 0$ または $f_{i,j} = 255(\text{Max.})$ のピクセル
- 原因 : センサーのゲインのバラツキ等
- 対策 : 欠陥ピクセルのみにメジアンフィルタを掛ける



7.4 エッジ抽出

エッジ: 輝度の微分の大きさ $|\nabla f|$ が極大の点の集合

勾配によるエッジ抽出

- 微分

$$\begin{aligned} \frac{df}{dx} &= \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{f(x + \frac{\Delta}{2}) - f(x - \frac{\Delta}{2})}{\Delta} \\ &= \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta) - f(x - \Delta)}{2\Delta} \end{aligned}$$

- 差分 ($\Delta \neq 0$)

$$\begin{aligned} \frac{\Delta f}{\Delta x} &= \frac{f(x + \Delta) - f(x - \Delta)}{2\Delta} \\ &= \frac{1}{2}(f_{i+1} - f_{i-1}) \\ \frac{df}{dx} &\simeq \frac{\Delta f}{\Delta x} \end{aligned}$$

$$g_{i,j} = \sum_{m,n} w_{m,n} f_{i+m,j+n} \quad \left(\begin{array}{l} m,n \in -N, \dots, N \\ N_m = 2N + 1 \end{array} \right)$$

$w_{m,n}$ の例

- $\nabla f \cdot \mathbf{e}_x$

0	0	0
$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$
0	0	0

- $\nabla f \cdot \mathbf{e}_y$

0	$\frac{1}{2}$	0
0	0	0
0	$-\frac{1}{2}$	0

- $\nabla f \cdot (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y)$

0	0	$\frac{1}{2\sqrt{2}}$
0	0	0
$-\frac{1}{2\sqrt{2}}$	0	0

- $\nabla f \cdot (\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y)$

$-\frac{1}{2\sqrt{2}}$	0	0
0	0	0
0	0	$\frac{1}{2\sqrt{2}}$

エッジ抽出例

Original

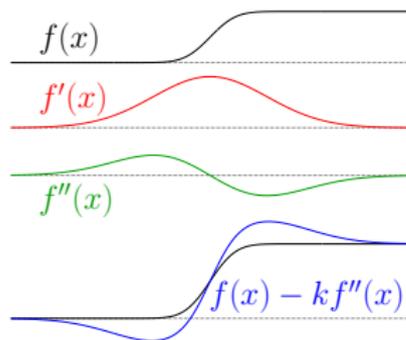
 $\nabla f \cdot e_x$  $\nabla f \cdot e_y$  $|\nabla f|$ 

- $\nabla f \cdot e_x, \nabla f \cdot e_y$ はエンボス効果と呼ばれ、陰影により浮き上がって見える。
- $\nabla f \cdot e_x$ では縦のエッジは検出できるが、横は検出できない。
- エッジ抽出には $|\nabla f|$ が有効。

 $|\nabla f|$ (inverted)

7.5 エッジ強調

Laplacian を用いる方法

曲率 ($f''(x)$) に着目

エッジ強調:

$$g(\mathbf{r}) = f(\mathbf{r}) - k\nabla^2 f(\mathbf{r})$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{2階微分} \\ \bullet \text{ 1-dim. } f''_i = f'_{i+1/2} - f'_{i-1/2} \\ \quad = f_{i+1} + f_{i-1} - 2f_i \\ \bullet \text{ 2-dim. Laplacian}(\nabla^2 f) \\ \quad f''_{i,j} = f_{i+1,j} + f_{i-1,j} + f_{i,j+1} + f_{i,j-1} - 4f_{i,j} \end{array} \right)$$

 $k = 1$ の場合

$$f \quad (\nabla^2 f) \quad f - (\nabla^2 f)$$

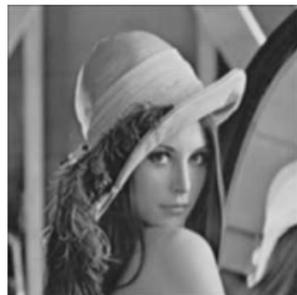
0	0	0	-	0	1	0	=	0	-1	0
0	1	0		1	-4	1		-1	5	-1
0	0	0		0	1	0		0	-1	0

エッジ強調例 (using Laplacian)

Smoothed

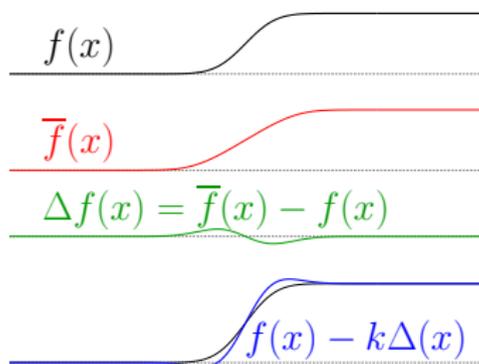
Enhance($k = 2$)Enhance($k = 4$)

Original



平滑化との差を用いる方法

平滑化との差 ($\bar{f}(x) - f(x)$) に着目



エッジ強調 :

$$g(\mathbf{r}) = f(\mathbf{r}) - k \left(\overline{f(\mathbf{r})} - f(\mathbf{r}) \right)$$

$$= (1 + k)f(\mathbf{r}) - k\overline{f(\mathbf{r})}$$

$k = 1$ 3x3 平均の場合
 $g = 2f - \bar{f}$

$$2f \quad \bar{f} \quad 2f - \bar{f}$$

0	0	0
0	2	0
0	0	0

$$-$$

$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$
$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$
$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$

$$=$$

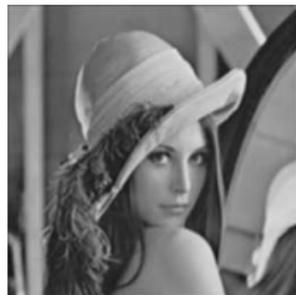
$\frac{-1}{9}$	$\frac{-1}{9}$	$\frac{-1}{9}$
$\frac{-1}{9}$	$\frac{17}{9}$	$\frac{-1}{9}$
$\frac{-1}{9}$	$\frac{-1}{9}$	$\frac{-1}{9}$

エッジ強調例 (using diff. from smoothed)

Smoothed

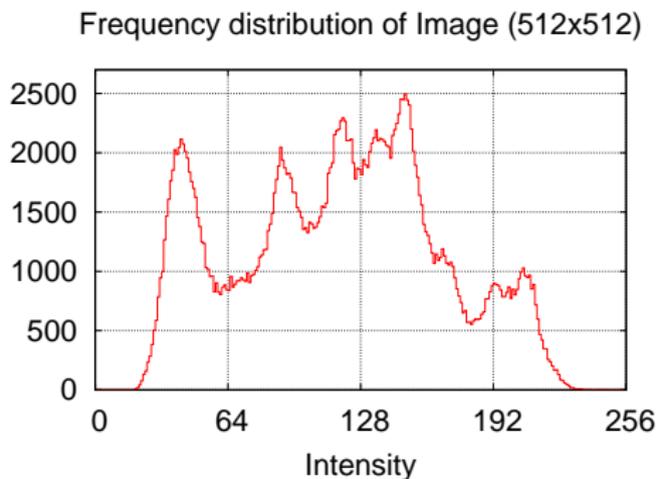
Enhance($k = 2$)Enhance($k = 4$)

Original



7.6 度数分布 (ヒストグラム)

ヒストグラム → 二値化, ラベリングに利用



この例では閾値は 64,100,126,180 付近

7.7 二値化

二値化：条件を満たすものとそうでないものを区別

1: True, 0: False

- 大きさの比較

e.g. $f(x, y) \geq f_{th}$

- 方程式を満たす点

e.g. $f(x, y) = a$

$f(x, y) = a$ の解

$$(f(x, y) - a) \cdot (f(x', y') - a) \leq 0$$

((x', y') は (x, y) の隣接画素)

4 方向探索の場合

	+	+	+	+	+
	+	+	+	+	+
	-	-	-	+	+
	-	-	-	+	+

$$f \geq 128$$



$$f = 128$$



$$\left| \frac{\partial f}{\partial x} \right| > 5$$



$$\frac{\partial f}{\partial x} = 5$$



7.8 領域分割

エッジによる領域分割

エッジ: $|\nabla f|$ が極大の点の集合

→ $\nabla^2 f = 0$ を満たす点?

$$\left(\begin{array}{l} \nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \\ \text{もし } \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \neq 0 \text{ and } \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \neq 0 \text{ でも,} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = -\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \text{ の場合には} \\ \nabla^2 f = 0. \rightarrow \times \end{array} \right)$$

$$\therefore r = \left\{ (x, y) \mid \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 0, \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0 \right\}$$

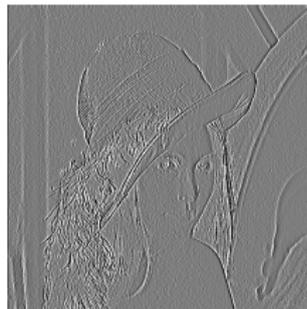
しかし、この場合も不適切。

∴ 二階微分は高周波成分を有し、

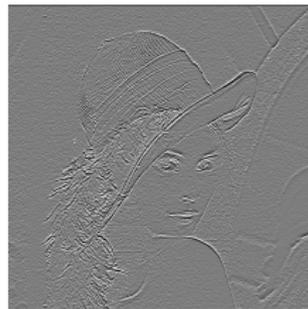
多くの0を持つ

(Max: 白, Min: 黒)

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} [-20, 20]$$



$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} [-20, 20]$$



$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$$



(= 0 : 白)
(≠ 0 : 黒)

解探索アルゴリズムの改良

$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 0$ の解の探索方法

- 単純サーチ

$$f''_i \cdot f''_{i+1} < 0 \text{ or } f''_i \cdot f''_{i-1} \leq 0$$

→ 広がる

- 半ピクセルずれた点の平均の利用

$$f''_{i+1/2} \cdot f''_{i-1/2} \leq 0 \rightarrow f''_i = 0$$

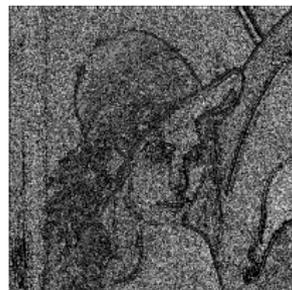
$$\left(f''_{i\pm 1/2} = \frac{f''_i + f''_{i\pm 1}}{2} \right)$$

→ 広がりの抑制

単純サーチ



半ピクセルシフト平均



(白: 解)

解は減るが、やはり、高周波のせいで多くの0点が残っている
→ 別の方法との併用が必要

$|\nabla f|$ によるエッジ検出

エッジ: $|\nabla f|$ が極大の点の集合
 $\xrightarrow{\text{変更}}$ $|\nabla f|$ の大きな点の集合

問題点:

- 閾値の設定が必要
 $|\nabla f| > |\nabla f|_0$
- 検出されたエッジが拡がる
 - ▶ 二階微分と併用
 - ▶ 勾配の分散の考慮.

勾配の分散

$$\overline{\nabla f} = (\overline{f'_x}, \overline{f'_y})$$

$$\sigma_{\nabla f}^2 = \sigma_{f'_x}^2 + \sigma_{f'_y}^2, \quad \hat{\sigma}_{\nabla f} = \frac{\sigma_{\nabla f}}{|\nabla f|}$$

エッジの条件:

- $|\nabla f| > |\nabla f|_0$
- $\hat{\sigma}_{\nabla f} < \hat{\sigma}_{\nabla f_0}$
- $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$

$|\nabla f|$ によるエッジ検出例

$$|\nabla f| \geq 8, \quad f'_{x'x} = f'_{y'y} = 0$$



$$|\nabla f| \geq 8, \quad \sigma_{\nabla f} / |\nabla f| \leq 0.7$$



$$\sigma_{\nabla f} / |\nabla f| \leq 0.7, \quad f'_{x'x} = f'_{y'y} = 0$$



$$|\nabla f| \geq 8, \quad \sigma_{\nabla f} / |\nabla f| \leq 0.7, \quad f'_{x'x} = f'_{y'y} = 0$$



$$|\nabla f| \geq 8, \quad \sigma_{\nabla f} / |\nabla f| \leq 0.7, \quad f'_{x'x} = f'_{y'y} = 0$$



不連続エッジの存在

二値画像の膨張と収縮

- 膨張

$$g_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{近傍のいずれかが 1} \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

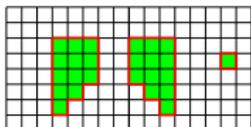
不連続点の結合

- 収縮

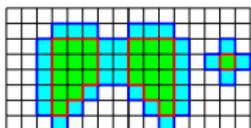
$$g_{i,j} = \begin{cases} 0 & \text{近傍のいずれかが 0} \\ 1 & \text{その他} \end{cases}$$

連続点の切断, 孤立点の除去

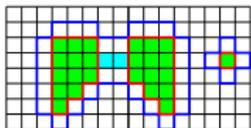
原画像



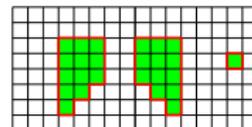
膨張



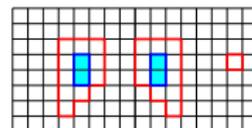
収縮



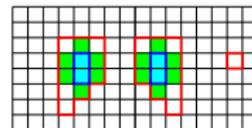
原画像



収縮

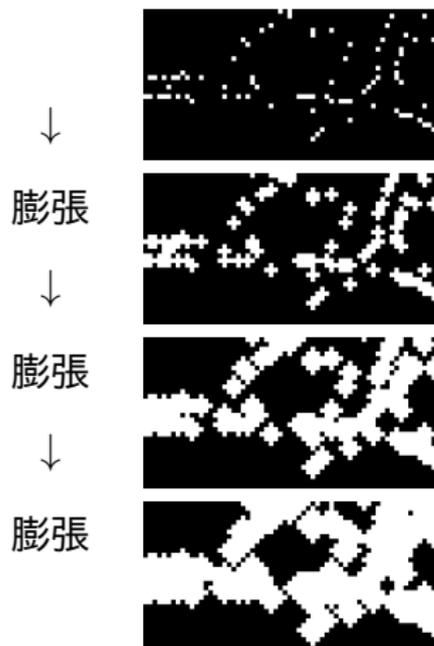
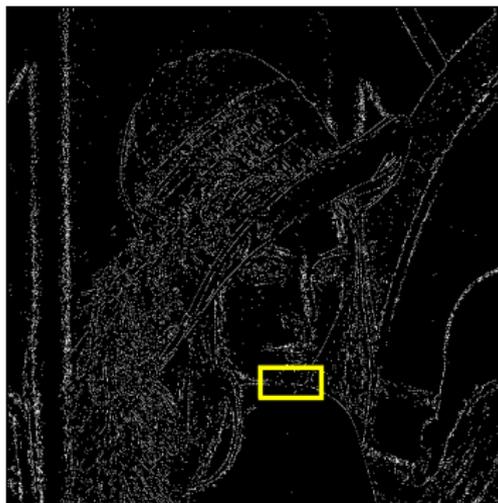


膨張



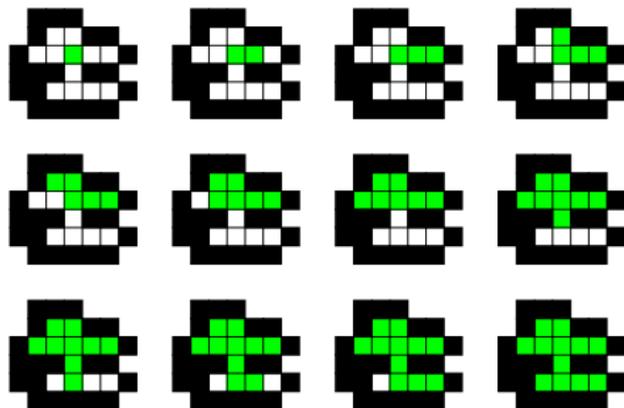
膨張 \neq Inv{ 収縮 }

膨張によるエッジの連結



7.9 塗りつぶし (ラベリング)

内点からスタートして、境界にあたるまで、マークをつける



```

begin function flood_fill(i, j)
  if flag  $L_{i,j}$  is not marked then
    set flag  $L_{i,j} = D$  as internal
    call flood_fill( $i + 1, j$ )
    call flood_fill( $i, j + 1$ )
    call flood_fill( $i - 1, j$ )
    call flood_fill( $i, j - 1$ )
  end if
end function

```

```

begin main
  set flag  $L_{i,j} = B$  for boundary
  select initial point ( $i_0, j_0$ )
  flood_fill( $i_0, j_0$ )
end main

```

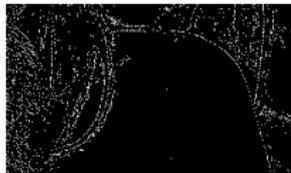
再帰呼出 (Recursive) が必要

塗りつぶし例

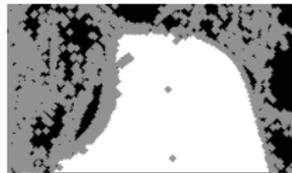
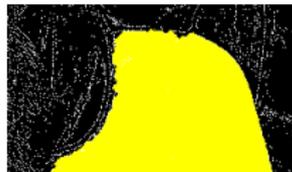
Original



Edge detection

Connect broken edge
(Exp edge 3times)

Flood fill

Widen region
(Expand region 3times)Paint isolated
(Expand region 3times
Contract reg. 3times)merged
(with detected Edge)

この方法は何度もパラメータを手動で調整する必要
最適な方法は？